

MATEMATIKA

vyšší úroveň obtížnosti

MAMVD11C0T04

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

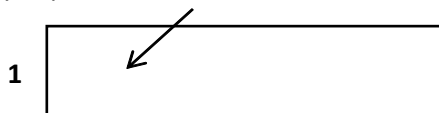
- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačka bez grafického režimu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se body neodečítají.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří úlohy otevřené.
- Ve druhé části (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují i nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je právě jedna odpověď správná.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte modrou nebo černou propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- U úloh, kde budete rýsovat obyčejnou tužkou, obtáhněte čáry a křivky následně propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

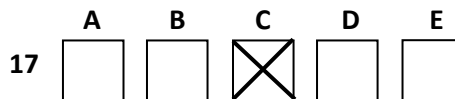
- Výsledky píšete čitelně do vyznačených bílých polí.



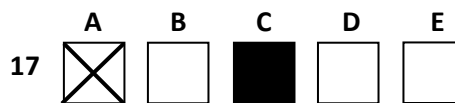
- Je-li požadováno řešení, uveďte kromě výsledku celý postup řešení.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole nebudou hodnoceny.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvete pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačíte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

Testový sešit neotvírejte, počkejte na pokyn!

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Hledané přirozené číslo má následující dvě vlastnosti:
je přirozeným násobkem čísla 100 a při jeho dělení číslem 17 dostáváme prvočíselný zbytek.
Nejmenší číslo s uvedenými vlastnostmi je 200, neboť $200 : 17 = 11$, zbytek 13.

(CERMAT)

max. 2 body

- 1 Najděte další dvě nejmenší čísla s uvedenými vlastnostmi.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

A je věk Aleny, B je věk Bohdany. Jsem o dva roky mladší než Bohdana, ale o polovinu starší, než bude za rok Alena.

(CERMAT)

1 bod

- 2 Uveďte symbolický zápis pro závislost dvojice proměnných A, B .

max. 2 body

- 3 Pro které hodnoty x je výraz roven nule?

$$\frac{4x^2 - 4x - 3}{4x^2 + 4x + 1}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 4–6

V oboru \mathbf{R} je dán výraz $\left(\sqrt{a - \sqrt{a^2 - 9}} - \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 9}}\right)^2$.

(CERMAT)

1 bod

- 4 Vypočtěte hodnotu výrazu pro $a = 5$.

max. 2 body

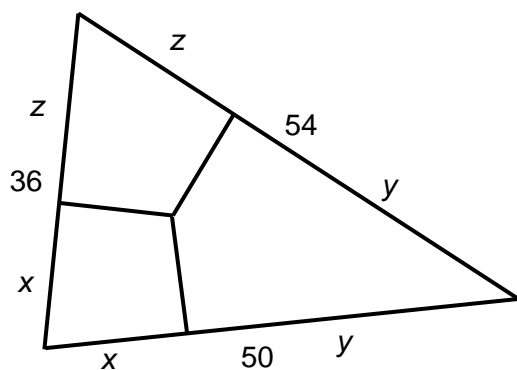
- 5 Výraz zjednodušte.

1 bod

- 6 Zapište podmínky řešitelnosti.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Trojúhelník je rozdělen na tři čtyřúhelníky (deltoidy).



(CERMAT)

max. 2 body

- 7 Vypočtete délky vyznačených úseků x , y , z , znáte-li délky stran trojúhelníku (50, 54 a 36).

max. 2 body

8 Užitím substituce řešte v oboru \mathbb{R} :

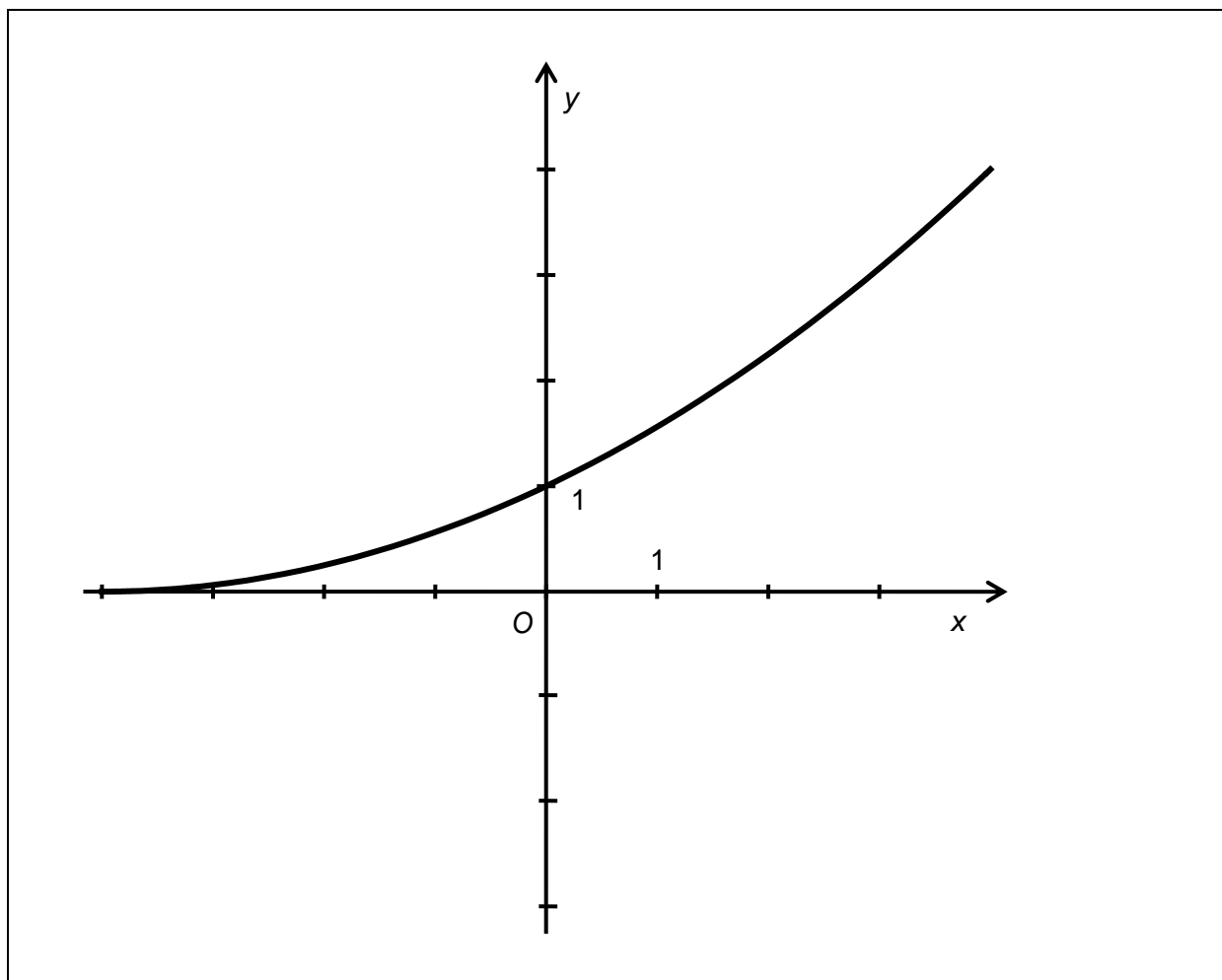
$$2^{4x} - 3 \cdot 2^{2x} + 2 = 0$$

max. 2 body

9 V oboru $\langle 0; 2\pi \rangle$ řešte:

$$\sqrt{\cos x + 3,5} = 2 \sin \frac{2}{3} \pi$$

VÝCHOZÍ GRAF K ÚLOZE 10



(CERMAT)

max. 3 body

- 10** Funkce s předpisem $f: y = \frac{1}{16}(x + 4)^2$ je definovaná pro $x \in \langle -4; \infty \rangle$.

Doplňte tabulku:

$x \geq -4$	0		4	
y	1	$\frac{1}{16}$		16

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Spotřebitel si vzal úvěr v hodnotě U korun a splatí jej dvěma stejně vysokými splátkami po uplynutí třetího a čtvrtého roku. Dlužná částka se úročí 4,9 % po uplynutí každého roku.

Výši splátky s vyjadřuje vztah $(1,049^3 U - s)1,049 - s = 0$.

(CERMAT)

max. 3 body

11

- 11.1 Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu s . Nezaokrouhľujte.
- 11.2 Určete, o kolik procent převyší obě splátky úvěr. (Zaokrouhľete na celá procenta.)

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Oblouk silničního mostu má parabolický tvar. Oblouk je 12 m vysoký a šířku v úrovni silnice má rovněž 12 m.

(CERMAT)

max. 4 body

12

- 12.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte náčrtek paraboly mostního oblouku a vyznačte potřebné údaje.
- 12.2 Sestavte rovnici paraboly.
- 12.3 Vypočtete šířku oblouku ve výšce 9 m nad úrovní silnice.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně náčrtku.

max. 3 body

13 **Přiřadte funkcím $f_1 - f_3$ (v úlohách 13.1–13.3) obory hodnot (A–E):**

13.1 $f_1: y = |x + 6| + x + 3$ _____

13.2 $f_2: y = |x + 3| - |x + 6|$ _____

13.3 $f_3: y = 3 - |x + 6|$ _____

A) **R**

B) $(-\infty; -3)$

C) $(-\infty; 3)$

D) $\langle -3; 3 \rangle$

E) $\langle -3; \infty \rangle$

max. 3 body

14 Přímky p , q , r se protínají v bodě $A[0; 3]$.

Přiřadte ke každé přímce p , q , r (14.1–14.3) její obecnou rovnici (A–E), jestliže platí:

14.1 Přímka p je samodružná v osové souměrnosti s osou o : $2x + y = 0$. _____

14.2 Přímka q je samodružná ve středové souměrnosti se středem $S[4; 1]$. _____

14.3 Přímka r je samodružná v posunutí o vektor $\vec{v} = (2; 4)$. _____

(Samodružná přímka se zobrazí sama na sebe.)

A) $x + 2y - 6 = 0$

B) $x - 2y + 6 = 0$

C) $2x - y + 3 = 0$

D) $4x - 2y + 3 = 0$

E) $4x + y - 3 = 0$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Kvůli zlodějům měli v obchodě průměrné ztráty ve výši 1,8 % denních tržeb.

Když si obchod najal jednu osobu na hlídání, ztráty se snížily zhruba na 1,4 % průměrné denní tržby. Denní náklady na hlídání činily 2 000 korun a obchodu se nevyplatily.

Když si obchod najal hlídací firmu s denními náklady v hodnotě 5 000 korun, krádeže se snížily na 0,6 % celkových tržeb, což už se obchodu vyplatilo.

(CERMAT)

2 body

- 15** Z uvedených údajů je možné odhadnout interval, v němž se mohou pohybovat denní tržby obchodu.

Která z následujících hodnot může představovat průměrnou denní tržbu zmíněného obchodu?

- A) částka menší než 100 000 korun
- B) 450 000 korun
- C) 520 000 korun
- D) 3 600 000 korun
- E) 4 200 000 korun

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 16–17

Mezi 52 kartami jsou 4 sedmičky. Každý ze čtyř hráčů si vytáhne dvě karty, které si ponechá.

(CERMAT)

2 body

16 Jaká je pravděpodobnost, že si náhodně vybraný hráč vytáhne alespoň jednu sedmičku?

- A) přibližně 0,05
- B) přibližně 0,10
- C) přibližně 0,15
- D) přibližně 0,20
- E) žádná z uvedených

2 body

17 Jaká je pravděpodobnost, že si žádný ze čtyř hráčů nevytáhne ani jednu sedmičku?

- A) přibližně 0,45
- B) přibližně 0,50
- C) přibližně 0,55
- D) přibližně 0,60
- E) žádná z uvedených

2 body

18 Pro všechna $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$s_n = \frac{1 + \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha + \dots + (\sin \alpha)^{2(n-1)}}{1 + \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha + \dots + (\cos \alpha)^{2(n-1)}}$$

Pro $\alpha \in \mathbb{R}$ vypočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ a stanovte podmínky existence.

- A) $\operatorname{tg}^2 \alpha$, pro $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$
- B) $\operatorname{tg}^2 \alpha \left(= \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{cotg} \alpha} \right)$, pro $\alpha \neq k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$
- C) $\operatorname{cotg}^2 \alpha$, pro $\alpha \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$
- D) $\operatorname{cotg}^2 \alpha \left(= \frac{\operatorname{cotg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \right)$, pro $\alpha \neq k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$
- E) Žádná z uvedených možností není správná.

2 body

19 V rostoucí aritmetické posloupnosti je součet prvních dvaceti členů s lichým pořadím $(a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{39})$ o 60 menší než součet prvních dvaceti členů se sudým pořadím $(a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{40})$.

Jaká je difference d posloupnosti?

- A) 3
- B) 5
- C) 6
- D) 10
- E) 15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Z místa vzdáleného 100 m od dálnice byl zaměřen rovný úsek dálnice pod úhlem 90° . Nejbližší bod dálnice od místa pozorování se nachází v jedné třetině sledovaného úseku.

(CERMAT)

2 body

20 S přesností na desítky metrů určete délku sledovaného úseku.

- A) 140 m
- B) 170 m
- C) 190 m
- D) 210 m
- E) 240 m

2 body

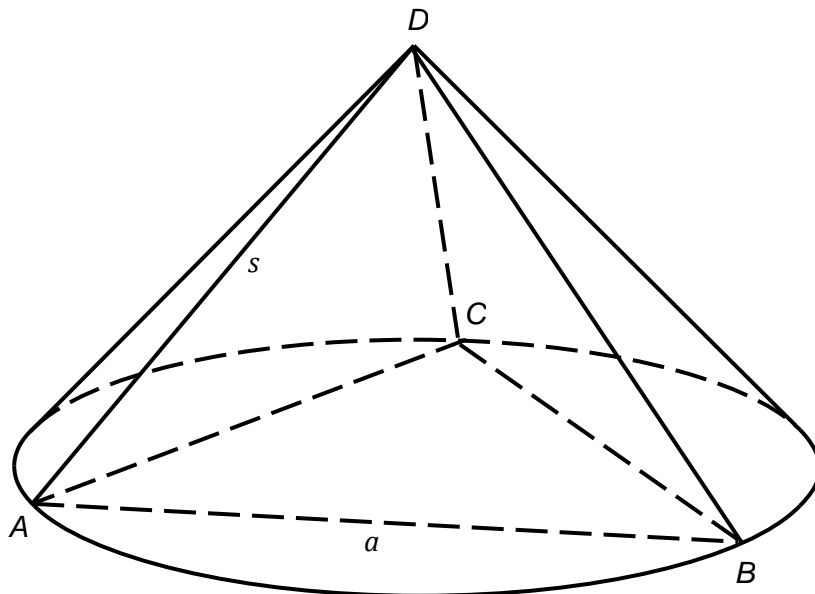
21 Čtvrtkruh s poloměrem 4 má stejně veliký obsah jako kruhová výseč o poloměru 3.

Jaká je velikost středového úhlu výseče?

- A) 120°
- B) 130°
- C) 140°
- D) 150°
- E) 160°

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Podstavu pravidelného trojbokého jehlanu $ABCD$ tvoří rovnostranný trojúhelník ABC , plášť jehlanu je tvořen třemi rovnoramennými trojúhelníky se základnou délky a a ramenem délky s . Kužel, který je jehlanu opsán, má obsah pláště a obsah podstavy v poměru $2 : 1$.



(CERMAT)

2 body

22 Jaký je poměr délek boční a podstavné hrany jehlanu?

- A) $s : a = 1 : 1$
- B) $s : a = 2 : 1$
- C) $s : a = \sqrt{3} : 1$
- D) $s : a = 2 : \sqrt{3}$
- E) $s : a = 2\sqrt{3} : 1$

max. 3 body

- 23 Kvádr zabírá na podložce plochu o velikosti $9\sqrt{2} \text{ dm}^2$ nebo $6\sqrt{2} \text{ dm}^2$ nebo 12 dm^2 v závislosti na způsobu jeho umístění.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE):

- 23.1 Objem kváдру je 36 dm^3 .

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 23.2 Nejkratší strana má délku $2\sqrt{2} \text{ dm}$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

- 23.3 Nejdelší stěnová úhlopříčka má délku $3\sqrt{3} \text{ dm}$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
